Exercice n°1 :(4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. On indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondants à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) le nombre complexe $\sqrt{2}$ + i $\sqrt{2}$ est une racine carré de :

a)4i ; b) - 4i ; c) $2\sqrt{2}$ i

2) Soit z et z' deux nombres complexes tels que $|z|=3$ et $z'=z+\frac{1}{\bar{z}}$ alors

a) $|z'|=\frac{8}{3}$ b) $|z'|=\frac{4}{3}$ c) $|z'|=\frac{10}{3}$

3) Soit f une fonction dérivable sur l'intervalle $[3;6]$ tel que $|f'(x)|\leq 5$ pour tout $x\in[3;6]$

a) $|f(6)-f(3)|\leq 5$ b) $|f(6)-f(3)|\leq 3$ c) $|f(6)-f(3)|\leq 15$

4) Soit f une fonction définie sur $\Re$ par : $f(x)=\sqrt{1-\sin x}$ f est dérivable sur

a) L'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ b) L'intervalle $\Re$ c) L'intervalle $\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$

Exercice n°2(7 points) :

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2-(2+i)z+1+i=0$

2) On considère l'équation complexe $(E_\theta): z^2-(i+2\cos\theta)z+1+ie^{-i\theta}=0, avec \theta\in[0,\pi]$

a) Vérifier que $e^{-i\theta}$ est une solution de (E_θ)

b) En déduire l'autre solution de (E_θ)

3) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(o,\vec{u},\vec{v})$ .On considère les points

A $(e^{-i\theta})$ et B $(i+e^{i\theta})$

a) Montrer AB $=1+2\sin\theta$

b) Déterminer les valeurs de θ pour lesquelles le triangle AOB est isocèle en A

Exercice n°3(9 points)

1/ Soit la fonction g définie sur IR par : $g(x) = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

a)Montrer que $\lim_{x \to -\infty} g(x) = 0$ et $\lim_{x \to +\infty} g(x) = 2$

b) Vérifier que pour tout réel x , on a : $g'(x) = \frac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

c) Etudier les variations de g.

d) En déduire que pour tout réel x, $g(x) > 0$.

2/ Soit la fonction f définie sur IR par : $f(x) = x - 1 + \sqrt{x^2+1}$

On désigne par (ζ_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$

a- Vérifier que pour tout réel x, f ’(x) = g(x)

b- Montrer que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$, interpréter graphiquement ce résultat.

c- Dresser le tableau de variation de f.

3/ a- Montrer que la droite D : y = 2x – 1 est une asymptote à (ζ_f) au voisinage de$+\infty$.

b- Ecrire une équation de la tangente T en O et étudier sa position par rapport à (ζ_f) .

c- Tracer (ζ_f), T et D.

4/ a- Vérifier que f réalise une bijection de IR sur un intervalle J que l’on précisera.

b- Calculer $(f^{-1})'(\sqrt{2})$ ″ f^{-1} étant la fonction réciproque ″

c- Tracer (ζ_{f-1}) la courbe représentative de f^{-1} dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$